

# ЗАСТОСУВАННЯ ДИСКРЕТНИХ ЧАСОВИХ МОДЕЛЕЙ У ФОРМУВАННІ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ

## APPLICATION OF DISCRETE TIME MODELS IN THE FORMATION OF INVESTMENT PORTFOLIO

*Розглянуто види ризиків фінансових установ. Надана характеристика моно-періодної та біноміальної ринкових моделей визначення оптимального інвестиційного портфелю з урахуванням ризиків. Розглянуті нами моделі дають чітке уявлення про ефективність вкладання інвестиційних ресурсів в без ризикові активи, та шляхи зниження існуючого рівня ризику і створення оптимального портфелю активів. А саме, моно-періодна модель дозволяє шляхом математичних перетворень знайти інтервал відсоткових ставок ( $r$ ), в межах якого, існує реальних ризик вкладання ресурсів в ризикові активи.*

*Kinds of risks of financial institutions. The characteristics of mono- and periodnoyi binomial market models for determining the optimal investment portfolio based on risk.*

*The existence of risky asset portfolio helps reduce its profitability and increase the existing level of risk (albeit all negative effects are offset by revenues from the risk-free asset). That is, in period  $t = 0$  value of the portfolio generated a positive though (3/11), but it is formed by a high proportion of risk-free asset (20/ 33). Obviously, it is necessary to overhaul the portfolio with the inclusion of another risky asset, which has a higher yield .Therefore, we have considered models give a clear picture of the effectiveness of investment resources to invest without risk assets and ways to reduce the existing level of risk and an optimal portfolio. In particular, mono- periodna model by mathematical transformations allows to find the interval of interest rates ( $r$ ), within which there is a real risk of investing resources in risky assets. However, if this is not included in the rate specified interval - it says there is no risk in carrying out any of the data assets. According to the existing level of risk asset portfolio (risk and without risk) is formed for the purpose of hedging risk, ie when the transactions of risky assets applicability of the results expected forecasts, financial institutions, in a portfolio composed of these assets does not bear losses. As for the binomial model, it is a visible demonstration of price changes over time. That price changes under the influence of various factors only in well-defined limits (or increases under the influence of favorable factors or decreases in all other cases) with a certain probability (usually likelihood based on forecasts of experts, or even used option changes the probabilities (ie  $S$  for growth and to reduce  $S$ ). Considering the binomial model, be aware that the price in period  $T$  (the existence of several discrete periods) can be formed in several different ways. practice, when determining the final price of a large number of periods in the binomial model building model random distribution (with pre -defined constraints) using a software like Scilab and Matlab.*

**Євгенія  
Поліщук**  
докторант  
кафедри  
банківських  
інвестицій  
**Володимир  
Крук**

к.е.н., старший  
викладач  
кафедри  
банківських  
інвестицій

**Альона  
Воротнікова**

Магістрант Ecole  
Internationale des  
Sciences  
du Traitement de  
l'Information  
(EISTI, Франція)

**Yevheniia  
Polishchuk**,  
doctoral  
investment  
banking  
department

**Volodymyr Kruk**  
PhD, Senior  
Lecturer  
investment  
banking  
department

**Alona  
Vorotnikova**

Undergraduates  
Ecole  
Internationale des  
Sciences du  
Traitement de  
l'Information  
(EISTI, France)

ФІНАНСОВІ  
ІНСТРУМЕНТИ

**Ключові слова:** ризики фінансових установ, моно-періодна ринкова модель, біноміальна ринкова модель.

**Key words:** financial institutions' risks, mono-period market model, binominal market model.

Діяльність фінансових посередників, як банківських так і небанківських, супроводжується високим ступенем ризиків. На ці установи покладено виконання вкрай важливої функції – акумулювання заощаджень суб'єктів господарювання та подальше їх інвестування у різні галузі економіки. В умовах нестабільності, що породжує невизначеність, актуальним є дослідження впливу ризиків на здійснення їх діяльності.

Ризики фінансових установ не є новими об'єктами дослідження у фінансовій науці. Чимало праць присвячено визначенню економічної природи та джерел виникнення ризиків. Серед вітчизняних науковців необхідно виділити праці Майорової Т.В., Онікієнка С.В., Примостки Л.О. та інших. Хотілось би виділити праці зарубіжних вчених у цьому напрямку: Банджія А., Ваніні П., Діамонд Д., Дієдболд Ф., Леопольд М., Райан Р., Тафлін Е., Штругхаір Дж.. Існують різні підходи до розрахунку міри впливу ризиків на ефективність інвестування фінансових установ. Здебільшого вони зводяться до спрощеного розрахунку впливу інфляції чи виведення коефіцієнтів ймовірності настання події експертами. Але використання розрахованих результатів часто має застосування в короткостроковому періоді та не дає можливості здійснювати прогноз показників ефективності інвестиційної діяльності фінансових установ. Вирішення цієї проблеми вимагає застосування складного математичного апарату, який ми пропонуємо використовувати під час формування оптимального інвестиційного портфеля фінансових установ. Відповідно до цього метою дослідження є визначення шляхів використання дискретних моделей в процесі оцінки оптимального складу інвестиційного портфелю з урахуванням ризикових та без ризикових активів.

Насамперед, вважаємо за потрібне, виділити основні види ризиків, які притаманні фінансовому сектору в інвестиційному процесі:

- Ризик відсоткової ставки – це ризик, що виникає внаслідок розбіжності строків активів та пасивів, а це призводить до ризику зниження відсоткової маржі. Ризик відсоткової ставки можна розділити на ризик рефінансування та ризик реінвестування. Ризик рефінансування виникає тоді, коли пасиви виявляються коротшими, ніж активи, через це існує ймовірність, що нові залучені кошти для фінансування будуть дорожче, що може скоротити процентну маржу або взагалі зробити її від'ємною. Ризик реінвестування – пасиви виявляються довшими, ніж активи, через це є ймовірність того, що дохідність реінвестованих коштів буде меншою, ніж очікувана, а це знову ж призведе до скорочення або знищення відсоткової маржі.

Варто зауважити, що це один з основних ризиків, що притаманний фінансовому посередництву. Сама концепція фінансового посередництва заснована на залученні коштів вкладників і розміщення їх в кредити або в інвестиції. Федеральна корпорація по страхуванню депозитів (США) пропонує таку класифікацію ризику зміни процентної ставки [1]. Зауважимо, що цей підхід корелюється із підходом Базельського комітету [2]: ризик відсоткової ставки складається з базисного ризику, ризику переоцінки, ризику опціонності, ризику кривої доходності та економічного ризику.

Базисний ризик виникає внаслідок слабкої кореляції між зміною фіксованої ставки по активам, пасивам та позабалансовим інструментам. Наприклад, депозитні ставки, що базуються на LIBOR, можуть змінитися на 50 пунктів (сота частина від процента), водночас початкова ставка по кредиту може змінитися лише на 25 пунктів за той же період. Таким

чином, базисний ризик відображає усі можливі втрати від зменшення процентної маржі. Якщо ставки залучення коштів і ставки їх розміщення зафіксувати один відносно іншого, то ризик можна елімінувати, але зросте економічний ризик.

Ризик переоцінки виникає внаслідок розбіжностей по строках між змінами купонів (фіксованих доходів) або грошових потоків від активів, пасивів чи позабалансових інструментів. Наприклад, цінні папери з довгостроковою фінансовою ставкою, що фондовані депозитами з короткостроковою ставкою, можуть створити ризик переоцінки – різна чутливість до відсоткової ставки через різні строки активів та пасивів. Цей часовий розрив означає розбіжність моментів встановлення ціни активів та пасивів, що призводить до різної чутливості капіталу до процентної ставки.

Ризик кривої доходності виникає внаслідок змін залежності між ставкою і різними строками погашення однакових інструментів. Тобто ризик змін форми чи зміщення кривої процентного доходу. Наприклад, процентний дохід по 30-річним Казначейським борговим зобов'язанням може змінитися на 200 пунктів, а дохід 3-річних Казначейським цінним паперам зміниться тільки на 50 пунктів за той же самий період часу.

Ризик опціонності виникає тоді, коли час сплати та розмір грошового потоку по фінансовим інструментам може змінюватися із зміною ринкової ставки процента. Це може несприятливо вплинути на доходи або ж економічну цінність НБФУ або банку (власних коштів), скорочуючи процентні доходи по активам, збільшуючи ціну залучених коштів, або ж скорочуючи чисту теперішню вартість очікуваного грошового потоку. Наприклад, страхова компанія придбала облігації, які можна викупити достроково. Вони були емітовані при ринковій вартості 10-% процентній ставці. Така операція приносить 10 % фіксованого доходу і строк його погашення настане через 30 років. Якщо ринкова ставка зменшиться до 8%, то емітент облігацій може

викупити їх достроково (новий борг буде дешевшим). Будучи на поготові, емітент миттєво викупить облігації у страхової компанії. В результаті страхова компанія недоотримає очікуваний грошовий потік (по 10% протягом 30 років). Внаслідок цього, страхова компанія повинна вкласти кошти по новій, нижчій ставці. Отож, ризик опціонності полягає у нерівномірному розподілі процентного ризику по фінансовому інструменту, за якого страхова компанія бере на себе завідомо великі ризики.

Економічний ризик - ризик зміни вартості фінансових інструментів через зміну процентної ставки тобто зміну співвідношення попиту та пропозиції фінансового інструменту.

- Ринковий ризик – ризик змін цін на активи та пасиви внаслідок руху ринкових цін, відсоткових ставок, обмінних курсів тощо.

- Кредитний ризик (ризик емітента чи контрагента) – ризик невиконання контрагентом своїх зобов'язань, тобто ймовірність того, що грошовий потік може бути здійснений в неповному розмірі або взагалі не реалізований. Він виникає через небажання або ж нездатність виконувати контрагентом своїх зобов'язань по раніше укладеним договорам. Кредитний ризик можна поділити на систематичний та спеціальний. Систематичний кредитний ризик обумовлений загальною економічною ситуацією в галузі та в економіці, який стосується більшості НБФУ. Спеціальний ризик – ризик дефолту, що притаманний окремій фінансовій установі та зумовлений специфікою її діяльності.

- Ризик ліквідності – ризик несподіваного відтоку пасивів фінансового посередника за порівняно короткі строки по заниженій ціні [3], [4]. Вважається, що на розвинутих фінансових ринках (ті, що близькі до досконалих) ризику ліквідності не існує, а є тільки ціновий ризик. Ціновий ризик, а не ризик ліквідності означає, що при реалізації активів їх ціна може виявитися нижчою, ніж очікуванан. Крім того, будь-який економічний агент за умови гарного фінансового стану може залучити ре-

сурси з фінансових ринків по завчасно невідомій ціні. Ризик ліквідності впливає з ринкового ризику, оскільки невизначеність в цінах призводить до невизначеності доходності та ліквідності активів. Ризик ліквідності в свою чергу виникає з екзогенної та ендогенної неліквідності ринкових активів. Екзогенна неліквідність виникає із загальних характеристик, що притаманні для всіх гравців на ринку. Ендогенна ліквідність - специфічна неліквідність, що про притаманна кожному активу окремо; наприклад великий розмір позиції по окремому фінансовому інструменту означає визначену неліквідність цього інструмента для власника.

- Позабалансові ризики – ризики, що виникають в результаті позабалансової діяльності НБФУ. Позабалансова діяльність передбачає застосування купівлі-продажу фінансових інструментів, вилучення доходу з плати за послуги та продажу позик - все, що впливає на прибутки НБФУ (здебільшого страхових компаній), але не відображається в балансі. Як уже зазначалося, спроби НБФУ управляти процентним ризиком привели до укладання угод на строк, опціонів для боргових інструментів та обміну процентними ставками.

- Технологічні ризики – ризик того, що інвестиції в технології (інновації) можуть не принести очікуване покращення транзаакційних витрат, на яке можна розраховувати внаслідок ефекту економії на масштабі та розмаїтті. Особливо це стосується діяльності технічних небанківських фінансових посередників, які займаються переказом коштів, клірингом тощо.

- Операційний ризик – ризик невиконання послуги, збою інформаційної системи, втрати інформації та технічного збою. Для оцінки операційного ризику придатні два типи моделей: модель функціональної залежності та модель топологічної залежності [5]. У першому випадку розглядаються стандартні моделі стохастичної залежності від різних факторів ризику. Топологічні моделі розглядають архітектуру системи і організацію бізнес-процесів,

тобто послідовність виконання робіт по наданню послуги. Очевидно, що на відміну від ринкового або кредитного ризику, операційний ризик є складнішим з огляду його оцінки та передачі іншим учасникам ринку у зв'язку із складними залежностями бізнес-процесів, які створюють ризик «непоставки» послуги клієнту. Таким чином, операційний ризик можна оцінити, вибравши ключові операційні активності, які утворюють ланцюжок доданої вартості.

- Інші ризики: ризики законодавства, податкові ризики тощо.

Зауважимо, наведена інформація свідчить про те, що більшість видів ризиків фінансових посередників впливають з особливостей інституціональної структури, які ґрунтуються насамперед на функціях по зміні параметрів фінансових ресурсів. Також підкреслимо той факт, що фінансовий посередник, змінюючи якісні характеристики грошових потоків, бере на себе різні ризики, які впливають на його стабільність.

В зарубіжній практиці для оцінки ефективності використання інвестиційних ресурсів фінансових установ з урахуванням ризиків використовують ймовірнісні (стохастичні) моделі (дискретні та безперервні), які базуються на різній інтерпретації часового лагу, що використовуються для визначення оптимального портфелю активів. Серед них цікавими для дослідження є моделі, які передбачають чітко встановлені строки інвестування (дискретні):

- моно-періодична ринкова модель (Mono-Period Market Model);

- біноміальна ринкова модель (Binomial Market Model).

Ймовірнісна (стохастична) модель на моно-періодичному ринку складається з таких параметрів:

- тривалість угоди  $T = \{0, T\}$ ;
- ймовірнісний простір  $(\Omega, P, F)$ , де  $\Omega$  – множина елементарних подій,  $P$  – ймовірність,  $F$  – (фільтр)можливіх подій;

- $N$  - кількості ризикових активів з певною ціною  $S^1 \dots \dots \dots S^N$  та одного безризикового активу з визначеною ціною  $S^0$ ;

- процентна ставка  $r$ , для якої ціна активу в періоді  $T$  становить  $S_T^0 = (1+r)S_0^0$ ;

- портфель активів,  $\theta = \theta^0 + \dots + \theta^i + \dots + \theta^T$ , де  $\theta^i$  – кількість одиниці  $i$ -того активу, що входить до портфелю  $\theta$ ;

- вартість портфелю активів:

в періоді  $t = 0$ :  $V_0(\theta) = \sum_{i=0}^N \theta^i S_i^0$

в періоді  $t = T$ :  $V_T(\theta) = \sum_{i=0}^N \theta^i S_i^T$

Так, наприклад, портфель активів складається з одного безризикового активу  $S^0$ , та двох активів з певним рівнем ризику  $S^1, S^2$ . Ціна без ризикового активу в  $t=0$  становить  $S_0^0=1$ .

Для без ризикового активу за будь-якої умови ( $\omega_i$ ) в періоді  $T$ , ціна активу складатиме:  $S_T^0(\omega_i) = (1+r)S_0^0$ , де  $r > -1$ .

Для ризикових активів:  $S_0^1 = S_0^2 = 100$ ;  $S_T^1(\omega_1) = 120$ ,  $S_T^1(\omega_2) = 110$ ,  $S_T^1(\omega_3) = 80$ ;  $S_T^2(\omega_1) = 140$ ,  $S_T^2(\omega_2) = 120$ ,  $S_T^2(\omega_3) = 30$ .

Знайдемо рівень  $r$ , за якої на ринку існує ризик. Для цього пропонуємо скласти систему рівнянь, яка має загальний вигляд:

$$\begin{cases} \beta_1 S_T^0(\omega_1) + \beta_2 S_T^0(\omega_2) + \beta_3 S_T^0(\omega_3) = S_T^0 \\ \beta_1 S_T^1(\omega_1) + \beta_2 S_T^1(\omega_2) + \beta_3 S_T^1(\omega_3) = S_T^1 \\ \beta_1 S_T^2(\omega_1) + \beta_2 S_T^2(\omega_2) + \beta_3 S_T^2(\omega_3) = S_T^2 \\ \beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \beta_3 > 0 \end{cases}$$

відповідно до умов поставленого завдання, маємо наступне:

$$\begin{cases} \beta_1(1+r) + \beta_2(1+r) + \beta_3(1+r) = 1 \\ 120 * \beta_1 + 110 * \beta_2 + 80 * \beta_3 = 100 \\ 140 * \beta_1 + 120 * \beta_2 + 30 * \beta_3 = 100 \\ \beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \beta_3 > 0 \end{cases}$$

отже,

$$\beta_1 = \frac{20 * r}{1 + r},$$

$$\beta_2 = \frac{6 - 70 * r}{3 * (1 + r)},$$

$$\beta_3 = \frac{10 * r}{3 * (1 + r)},$$

Шляхом математичних перетворень нами було визначено, що  $r$  належить проміжку  $(\frac{1}{20}; \frac{3}{35})$  – в цьому

проміжку ринок є вільним від арбітражу (АОА – Absence Opportunity Arbitrage, (арбітраж – це стан ринку за якого відсутній ризик вкладання

інвестиційних коштів)), тобто існує ризик вкладання коштів. Саме в цьому проміжку для фінансової установи, що сформувала свій портфель з 3-х вище зазначених активів існує ризик при проведенні операцій, тож для зниження ризику чи його повного усунення слід визначити оптимальний обсяг хеджованого портфеля. Для цього слід розрахувати, який результат отримаємо при проведенні операції з одним з ризикових активів (наприклад, продаж  $(X(\omega_i) = S_{\text{ринкова}}^1 - S_T^1(\omega_i))$  чи купівля  $(X(\omega_i) = S_T^1(\omega_i) - S_{\text{ринкова}}^1)$ )

даного активу за ціною встановленою на в день виконання угоди (період  $T$ ) – pay-off  $X$ ) і вирішити наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \theta_1 S_T^1(\omega_1) + \theta_2 S_T^2(\omega_1) + \theta_3 S_T^3(\omega_1) = V_T(\theta) = X(\omega_1) \\ \theta_1 S_T^1(\omega_2) + \theta_2 S_T^2(\omega_2) + \theta_3 S_T^3(\omega_2) = V_T(\theta) = X(\omega_2) \\ \theta_1 S_T^1(\omega_3) + \theta_2 S_T^2(\omega_3) + \theta_3 S_T^3(\omega_3) = V_T(\theta) = X(\omega_3) \end{cases}$$

Наступна модель - біноміальна ринкова модель - складається з:

- тривалість угоди  $t = \{0, \dots, t, \dots, T\}$ ;
- ймовірнісний простір  $(\Omega, P, F)$ , де  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$  - множина елементарних подій,  $P$  - вірогідність,  $F$  - фільтр можливих подій;
- одного безризикового активу з ціною  $S^0$  та одного ризикового активу з ціною  $S^1$ ;
- процентної ставки  $r$ , для якої ціна активу в періоді  $T$  становить  $S_T^0 = (1+r)S_0^0$ ;

- існує дві можливі еволюційні форми від  $t$  та  $t+1$ ,  $U$  - зростання ( $U$ ),  $D$  - зниження ( $D$ ), що мають певну ймовірність  $p$  та  $1 - p$ ;

Для безризикового активу характерна наступна схема зміни ціни:  $S_{t+1}^0 = (1+r) S_t^0$ , незалежно від рівня  $U$  та  $D$ , оскільки безризиковий актив дає стабільний рівень доходу.

Для ризикового активу:  $S_{t+1}^1 = U \cdot S_t^1$ , якщо ціна зростає та  $S_{t+1}^1 = D \cdot S_t^1$ , якщо ціна знижується; якщо між періодами  $t$  та  $T$  декілька часових проміжків, то загальна формула ціни

в періоді  $T$  визначатиметься, як  $S_T^1 = U^i D^{n-i} S_0^1$  ( $i$  - це кількість підйомів (кількість  $U$ ),  $n$  - загальна кількість змін (дорівнює  $T$ )).

Зміну ціни можна проілюструвати наступним чином:

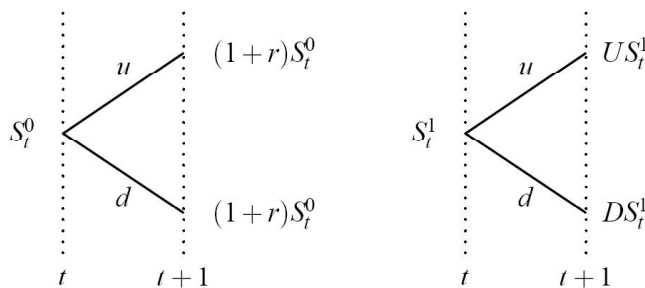


Рис.1. Ціна в біноміальній моделі [6, 7]

Якщо між  $t$  та  $T$  кілька часових проміжків, то графік ціни буде представлений у вигляді інформаційного дерева:

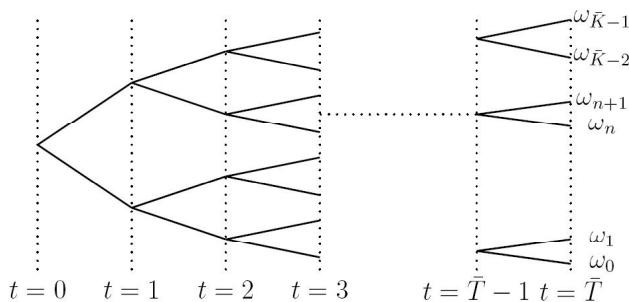


Рис.2. Інформаційне дерево. Кількість кроків  $K=2^T$  [6,7]

Враховуючи, що дана модель є біноміальною, то координати  $\omega$  розглядаються відповідно до того, який крок було зроблено (якщо  $U$  (зростання), то присвоюється значення 1,  $D$  (зниження) - значення 0) і в кінцевому випадку (якщо кроків було декілька)  $\omega$  матиме наступний вигляд:

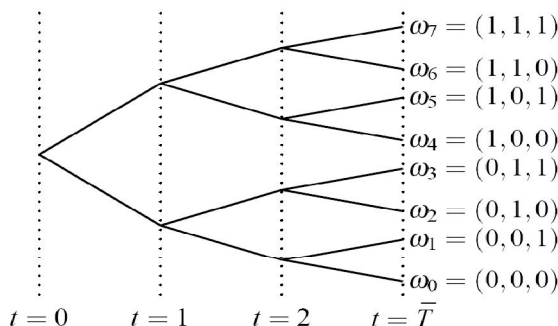


Рис.3. Інформаційне дерево ( $T=3, K=8$ ) [6, 7]

Так, наприклад, портфель складається з двох активів: безризикового активу з ціною  $S^0=1$  та ризикового активу з ціною  $S^1=1$ , при чому  $U = 2$  (зростання),  $D = \frac{1}{2}$  (зниження). Ринкова ціна ризикового активу в періоді  $T=1$  дорівнює 1. В періоді  $T$  менеджер має намір продати ризиковий актив. Знайти прохіджований портфель  $\theta$  та арбітражну ціну портфеля в періоді  $t=0$ .

Спочатку розраховуємо результат отриманий при проведенні операції з активом (pay-off  $X$ ) за формулою:

$$X(\omega_i) = S_{\text{ринкова}}^1 - S_T^1(\omega_i)$$

для нашої умови:

$$X(\omega_0) = 1 - 2 = -1 < 0 \text{ отже}$$

результат 0

$$X(\omega_1) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Далі складемо систему рівнянь за формулою:

$$V_T(\theta) = \theta_0 S_T^0(\omega_i) + \theta_1 S_T^1(\omega_i) = X(\omega_i)$$

отже,

$$\begin{cases} \theta_0 S_T^0(\omega_1) + \theta_1 S_T^1(\omega_1) = X(\omega_1) \\ \theta_0 S_T^0(\omega_0) + \theta_1 S_T^1(\omega_0) = X(\omega_0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0(1+r) + \theta_1 2 = 0 \\ \theta_0(1+r) + \theta_1 \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\theta_0 = \frac{20}{33}$$

$$\theta_1 = -\frac{1}{3}$$

відповідно маємо:

$$V_0(\theta) = \theta_0 S_0^0 + \theta_1 S_0^1$$

$$V_0(\theta) = \frac{20}{33} * 1 + \left(-\frac{1}{3} * 1\right) = \frac{3}{11}$$

Далі визначимо арбітражну ціну портфеля, яка обчислюється за формулою:

$$P_0(X) = V_0(\theta) = \frac{3}{11}$$

На нашу думку, існування в портфелі ризикового активу сприяє зниженню його доходності та підвищує існуючий рівень ризику (хоч всі негативні наслідки і компенсуються доходами від безризикового активу). Тобто в періоді  $t=0$  вартість сформованого портфеля хоч і є позитивною ( $\frac{3}{11}$ ), але вона формується за рахунок високої частки безризикового активу ( $\frac{20}{33}$ ). Очевидно, що необхідним є переформування портфеля з включенням до нього іншого ризикового активу, який має вищий рівень доходності.

Отже, розглянуті нами моделі дають чітке уявлення про ефективність вкладання інвестиційних ресурсів в безризикові активи, та шляхи зниження існуючого рівня ризику і створення оптимального портфеля активів. А саме, моно-періодна модель дозволяє шляхом математичних перетворень знайти інтервал відсоткових ставок ( $r$ ), в межах якого, існує реальних ризик вкладання ресурсів в ризикові активи. В той же час, якщо дана ставка не входить в визначений інтервал – це говорить про відсутність ризику при проведенні будь-яких операцій з даними активами. Відповідно до існуючого рівня ризику, портфель активів (ризикових і без ризикових) формується з метою хеджування ризику, тобто при здійсненні операцій з ризиковими активами та невідповідності їх результатів очікуванім прогнозам, фінансова установа, до портфелю якого входять ці активи, не несе збитки.

Що ж стосується біноміальної моделі, то вона є наглядною демонстрацією змін ціни у часі. Тобто ціна змінюється під впливом різних факторів лише у чітко визначених обмеженнях (або зростає під впливом сприятливих факторів, або знижується, у всіх інших випадках) з певною ймовірністю (зазвичай, визначення ймовірності базується на прогнозах експертів, або використовується варіант рівної зміни ймовірностей (тобто  $\frac{1}{2}$  для зростання та  $\frac{1}{2}$  для зниження). Розглядаючи біноміальну модель слід пам'ятати, що ціна у періоді  $T$  (при існуванні кількох дискретних періодів) може сформуватися кількома різними шля-

хами. На практиці, при визначенні остаточної ціни в значній кількості періодів в біноміальній моделі будують моделі випадкового розподілу (з наперед визначеними обмеженнями) використовуючи таке програмне забезпечення як Scilab та Matlab.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Офіційний сайт Федеральної депозитної страхової корпорації (США). [Електронний ресурс]. Режим доступу: [www.fdic.gov](http://www.fdic.gov)
2. Principles for Management of Interest Rate Risk. Basle Committee On Banking Supervision.// Basle, September 1997.
3. Bangia A., Diebold F., Schuermann T., Stroughair J., Modeling Liquidity Risk With Implications for Traditional Market Risk Measurement and Management.// Working paper Series The Wharton Financial Institutions Center, 1998
4. Diamond D., Rajan R., Liquidity Risk , Liquidity Creation and Financial Fragility: A Theory of Banking// The Centre for research in Security Prices Working Paper 476, July 1998
5. Leippold M., Vanini P., he Quantification of Operation Risk.// University of Zurich & University of Switzerland and Zurcher Kantonalbank, November 3, 2003
6. B. Bouchard and E. Taflin: No-arbitrage of second kind in countable markets with proportional transaction costs, Ann. Appl. Probab. 23, 427--454 (2013)
7. I. Ekeland and E. Taflin: Optimal Bond Portfolios, Paris-Princeton Lectures on Mathematical Finance 2004, Lecture Notes in Mathematics 1919, Springer Verlag 2007.

#### REFERENCES

1. Official website of the Federal deposit insurance corporation (USA). [Electronic resource]. Mode of access: [www.fdic.gov](http://www.fdic.gov).
2. Principles for Management of Interest Rate Risk. Basle Committee On Banking Supervision.// Basle, September 1997.
3. Bangia A., Diebold F., Schuermann T., Stroughair J., Modeling Liquidity Risk With Implications for Traditional Market Risk Measurement and Management.// Working paper Series The Wharton Financial Institutions Center, 1998
4. Diamond D., Rajan R., Liquidity Risk , Liquidity Creation and Financial Fragility: A Theory of Banking// The Centre for research in Security Prices Working Paper 476, July 1998
5. Leippold M., Vanini P., he Quantification of Operation Risk.// University of Zurich & University of Switzerland and Zurcher Kantonalbank, November 3, 2003
6. B. Bouchard and E. Taflin: No-arbitrage of second kind in countable markets with proportional transaction costs, Ann. Appl. Probab. 23, 427--454 (2013)
7. I. Ekeland and E. Taflin: Optimal Bond Portfolios, Paris-Princeton Lectures on Mathematical Finance 2004, Lecture Notes in Mathematics 1919, Springer Verlag 2007.